- Discretos / contínuos

$n, n+1, n+2$ $\qquad$ t

- Linear / Não-linear

$x_n = \alpha\, x_{n-1}$ $\qquad$ $x_n = \alpha\, x_{n-1}^2$

$\alpha \operatorname{sin} x_{n-1}$

- Ordem

$x_n = \alpha\, x_{n-1}$ (1ª ordem)

$x_n = \alpha\, x_{n-1} + \beta\, x_{n-2}$ (2ª ordem)

Plantas anuais:

brotam na primavera e morrem no inverno

Cada planta gera em média f smts (f é um número)

Apenas σ das smts sobrevivem ao inverno (σ é porcentagem)

Apenas α das sobreviventes realmente germinam (α é porcentagem)

No ano n temos p_n plantas:

$f p_n$ = smts

$\sigma f p_n$ = smts que sobrevivem

$\alpha \sigma f p_n$ = smts que germinam

$$p_{n+1} = \alpha \sigma f p_n$$

$$p_n = \alpha \sigma f p_{n-1}$$

$$p_1 = \underbrace{\alpha\sigma}_{R} p_0 = \boxed{R p_0}$$

$$p_2 = R\, p_1 = R(R p_0) = \boxed{R^2 p_0}$$

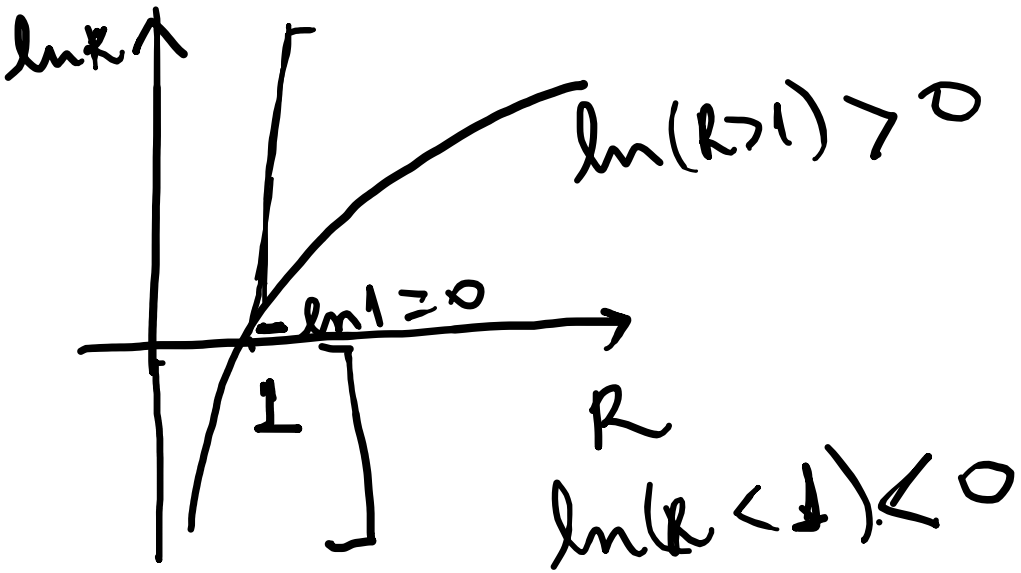
$$p_3 = R\, p_2 = R(R^2 p_0) = R^3 p_0$$

$$\boxed{p_n = R^n p_0}$$

$$p_n = \underbrace{e^{\ln R^n}}_{1} p_0 = \underbrace{e^{n \ln R}}_{\downarrow} p_0$$

$$e^{\ln 2} = 2$$

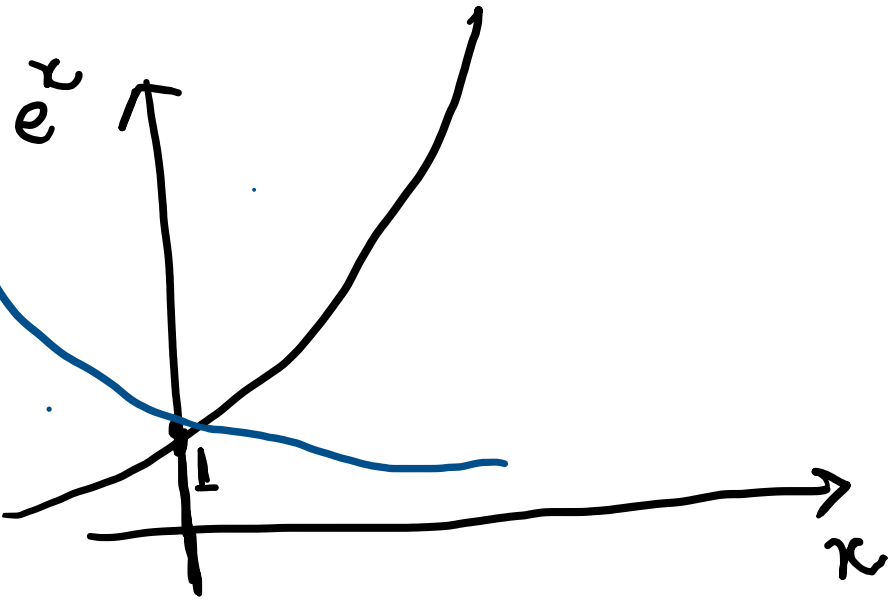
$$\ln e^{2} = 2$$



$$p_n = e^{n \ln R} p_0$$

$R > 1 \Rightarrow \ln R > 0 \Rightarrow e^{an}$

$R < 1 \Rightarrow \ln R < 0 \Rightarrow e^{-an}$



$R = f \sigma \alpha$

$R = 1$

$$p_n = e^{n \ln 1} p_0$$

$$p_n = e^{0n} p_0$$

$$p_n = \underbrace{1} p_0$$

Plantas anuais cujo $R = 1.6$

Quantos anos leva para a pop ser o dobro da p_0?

$$p_n = e^{n \ln R} \, p_0$$

$$p_{n_d} = 2 p_0 = e^{n_d \ln R} \, p_0$$

$$2 = e^{n_d \ln R}$$

$$\ln 2 = \ln e^{n_d \ln R} \rightarrow \ln 2 = n_d \ln R$$

$$n_d = \frac{\ln 2}{\ln R_{R=1.6}} = 1.47 \text{ anos}$$

$R = 0.8$

Qto tempo demora p/ a pop ser 1/2 do tamanho inicial?

$$P_{nm} = \frac{1}{2} P_0 = e^{n_m \ln R} P_0$$

$$\ln \frac{1}{2} = \ln e^{n_m \ln R}$$

$$\ln \frac{1}{2} = n_m \ln R$$

$$n_m = \frac{\ln 1/2}{\ln R} = \frac{\ln 2^{-1}}{\ln R} = -\frac{\ln 2}{\ln R^{0.8}} = 3.1 \text{ anos}$$

DESAFIO:

$\frac{1}{|\ln R|}$ indica o tempo que leva para uma pop de plantas anuais reduzir a 37% da pop inicial.

$R < 1$