

Matrizes

Uma forma de trabalhar com essas informações é através de modelos de matrizes.

Originalmente proposto por Leslie (1945-1948) os modelos de matrizes são conveniente para modelar populações.

O modelo básico, chamado de matriz de Leslie, tem o seguinte formato:

$$n(t+1) = A.n(t) \text{ ou } n(t)=A^t.n(0)$$

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ M \\ n_s \end{array} \right| (t+1) = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccc} F1 & F2 & F3 & L & F_s \\ P1 & 0 & 0 & L & 0 \\ 0 & P2 & 0 & L & 0 \\ M & M & M & L & M \\ 0 & 0 & 0 & P_s - 1 & 0 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ M \\ n_s \end{array} \right| (t) \end{array}$$

Se sabemos o número de indivíduos de cada idade no tempo t, podemos prever o número de indivíduos após um intervalo de tempo. A matriz A é chamada de matriz de projeção da população.

As informações utilizadas na matriz de projeção são derivadas de tabelas de vida. Entretanto, os dados precisam ser transformados para que sejam utilizados

Matrizes

Matriz de Lefkovitch (1965)

Baseada em estádios: morfológicos (descontínuos) ou tamanhos (contínuo)

Modelo geral:

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ \text{M} \\ n_s \end{array} \right| (t+1) = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \\ \text{M} & \text{M} & \text{M} \\ a_{1s} & a_{2s} & a_{3s} \end{array} \right| \begin{array}{c} \text{L} \\ \text{L} \\ \text{L} \\ \text{L} \\ \text{L} \end{array} \left| \begin{array}{c} a_{s1} \\ a_{s2} \\ a_{s3} \\ \text{M} \\ a_{ss} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ \text{M} \\ n_s \end{array} \right| (t) \end{array}$$

Onde a_{ij} =

se $i < j$: probabilidade de um indivíduo na classe i passar à classe j , após um intervalo de tempo

se $i = j$: probabilidade de um indivíduo na classe i permanecer na mesma classe após um intervalo de tempo

se $i > j$: número médio de indivíduos da classe j , produzidos por indivíduo da classe i , após um intervalo de tempo

Matrizes

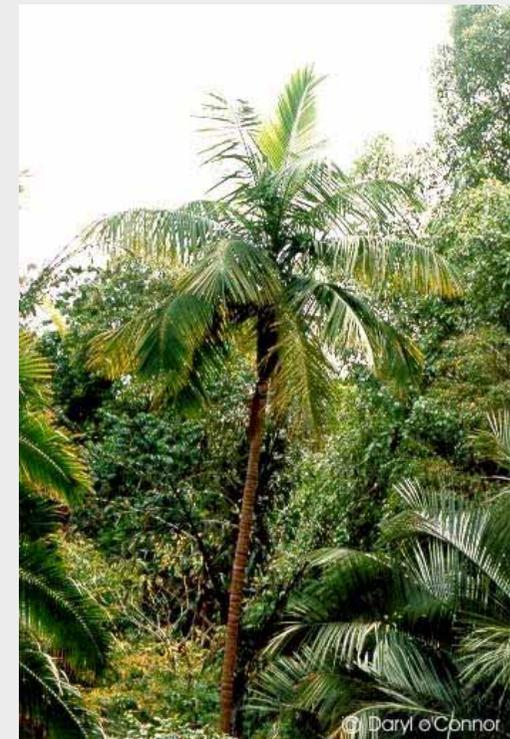
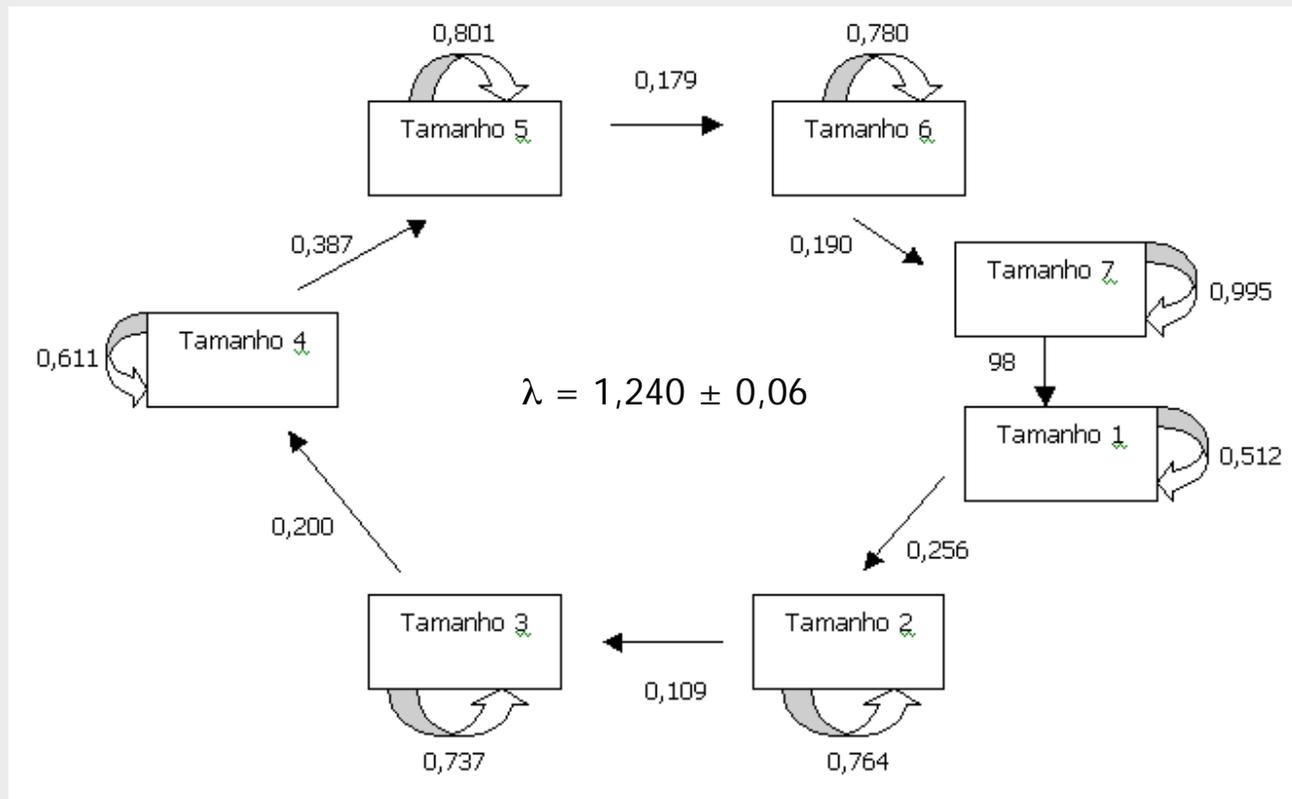
Exemplo: *Dipsacus sylvestris* (Dipsacaceae) (Werner & Caswell 1977)



Matrizes

Exemplos de tabelas de vida esquemáticas:

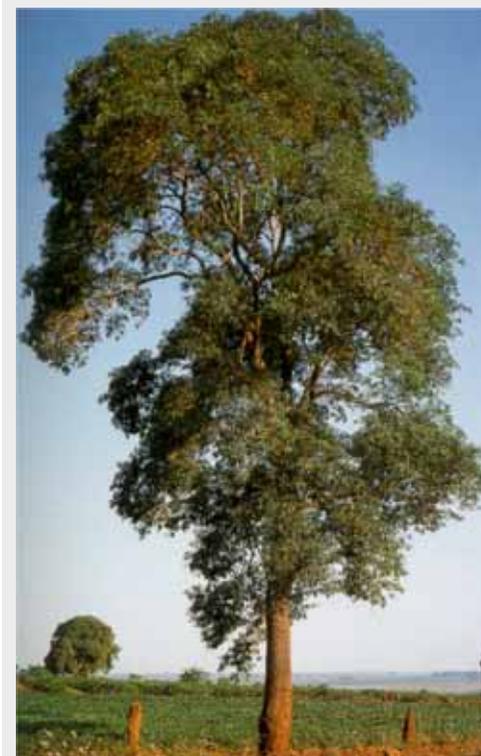
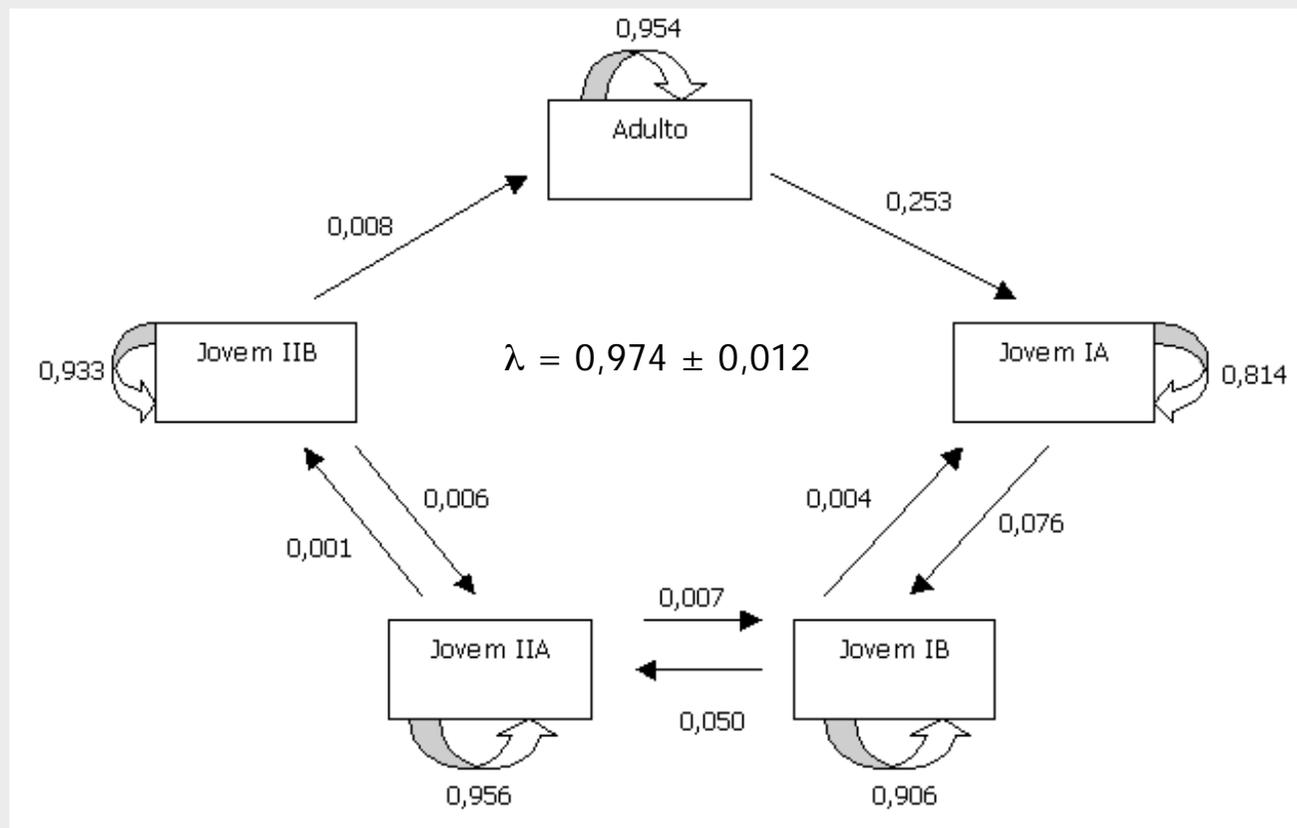
Euterpe edulis – Floresta Paludícola – Mata de Santa Genebra, SP – 250 ha - 1991-1993



Matos, D.M.S., Freckleton, R.P. & Watkinson, A.R. 1999. The role of density dependence in the population dynamics of a tropical palm. *Ecology* 80: 2635-2650.

Matrizes

Aspidosperma polyneuron – Floresta Estacional Semidecidual – Mata de Santa Genebra, SP



Sensibilidade: mede a importância de uma pequena mudança em um dado elemento da matriz sobre o auto valor dominante (λ)

Elasticidade: mede a contribuição proporcional de cada elemento da matriz para o autovalor dominante (λ)

Fonseca, M.G. 2001. Aspectos demográficos de *Aspidosperma polyneuron* Muell. Arg. (Apocynaceae) em dois fragmentos de floresta semidecídua no município de Campinas, SP. Tese de Mestrado. UNICAMP.

Matrizes

Modelos considerando idades e estádios (Law 1983)

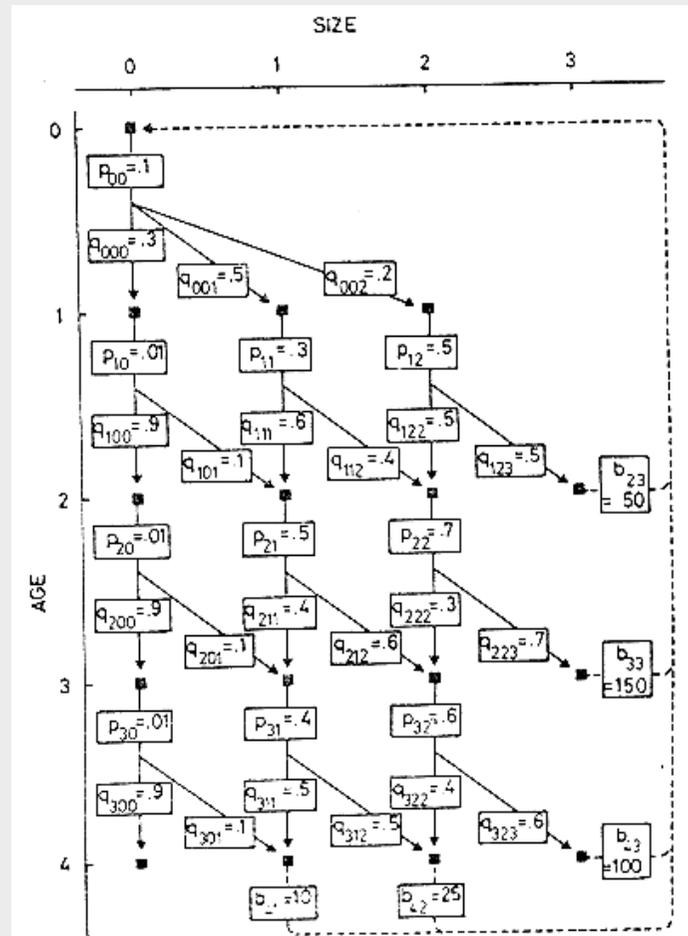
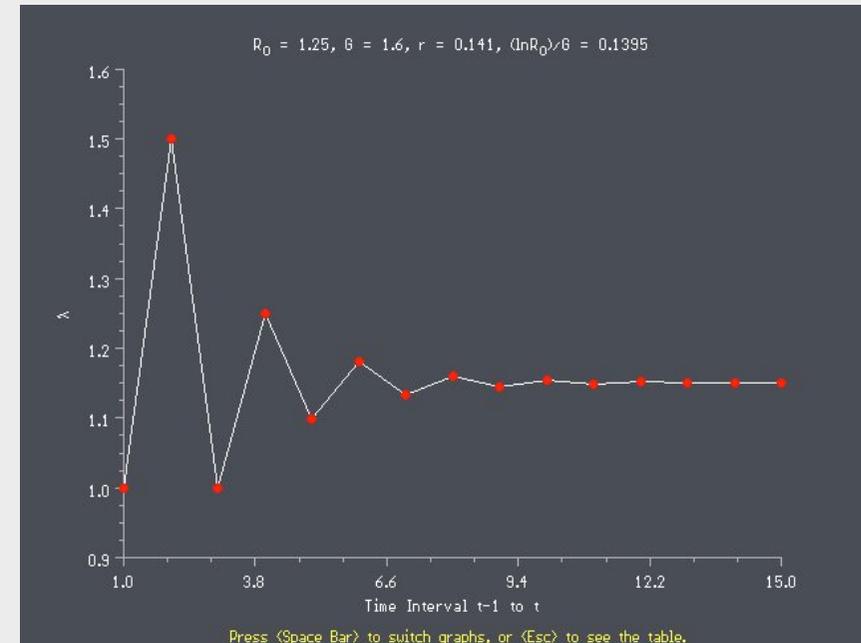
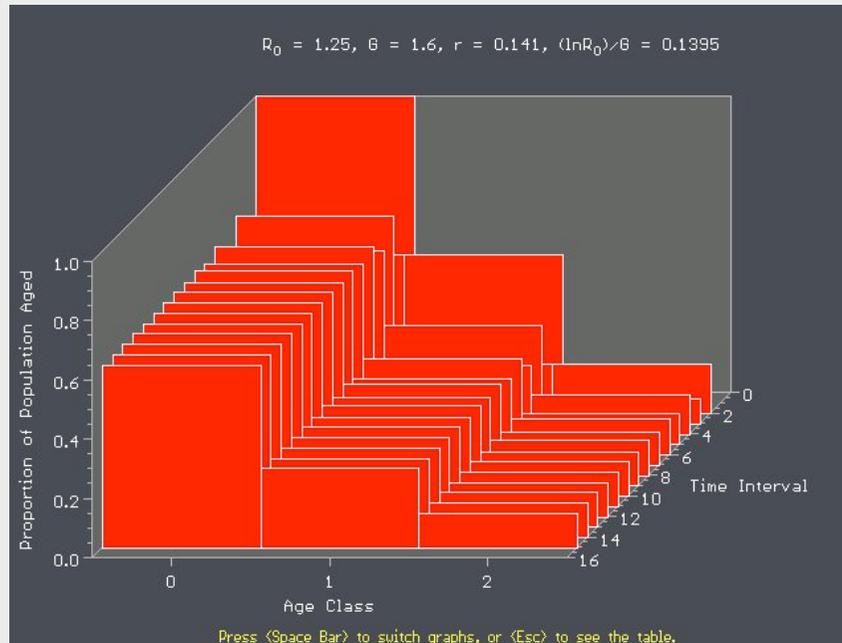


FIG. 1. An example of a population with a monocarpic life history, classified by age and size. Each \blacksquare represents an age and size class (i, j) within which individuals could be found. Each arrow represents a possible transition from one census to the next. Transitions involving survival (continuous lines) are made up of two components: the probability of surviving from age i and size j (p_{ij}), and the probability of being in size class k at age i + 1 if an individual survives q_{ijk} . Transitions involving reproduction (b_{ij}) are shown as discontinuous lines. For clarity, only nonzero values of b_{ij} , p_{ij} , and q_{ijk} are shown.

Size at age i + 1	Size at age i				
	0	1	2	3	
Survival probability					
0	0.03	0	0	0	= P_0
1	0.05	0	0	0	
2	0.02	0	0	0	
3	0	0	0	0	
0	0.009	0	0	0	= P_1
1	0.001	0.18	0	0	
2	0	0.12	0.25	0	
3	0	0	0.25	0	
0	0.009	0	0	0	= P_2
1	0.001	0.2	0	0	
2	0	0.3	0.21	0	
3	0	0	0.49	0	
0	0.009	0	0	0	= P_3
1	0.001	0.2	0	0	
2	0	0.2	0.24	0	
3	0	0	0.36	0	

Estrutura Populacional Estável

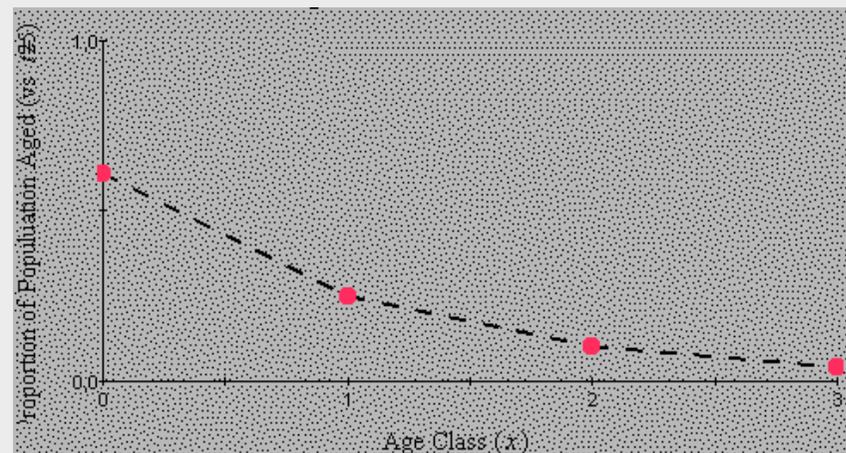


Nem todas as matrizes geram uma distribuição etária estável
Concentração de reprodução nas últimas classes etárias
Oscilações

Matriz de Projeção Populacional - Idade

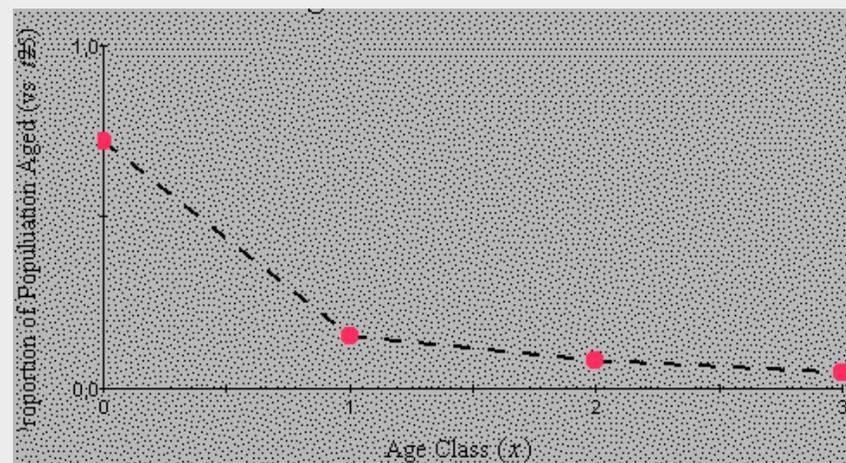
0.5	1.0	2.0	0.0
0.5	0.0	0.0	0.0
0.0	0.5	0.0	0.0
0.0	0.0	0.5	0.0

$$\lambda = 1,2338$$



0.5	1.0	2.0	0.0
0.2	0.0	0.0	0.0
0.0	0.5	0.0	0.0
0.0	0.0	0.5	0.0

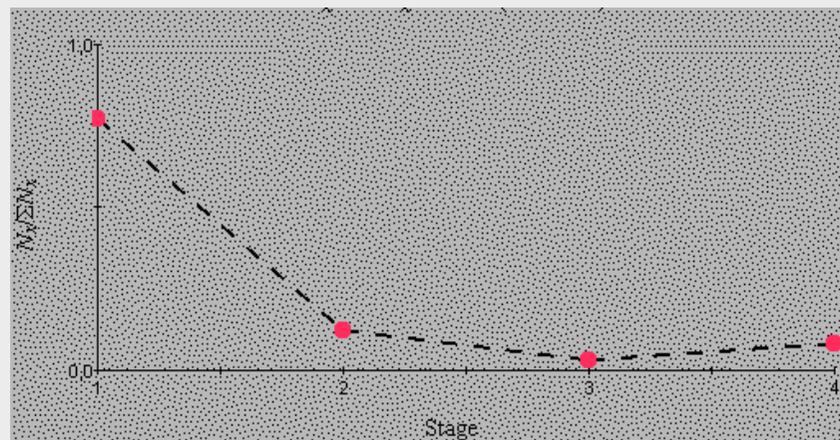
$$\lambda = 0,9395$$



Matriz de Projeção Populacional – Tamanho ou Estádio

$$\begin{bmatrix} 0.1 & 0.0 & 0.0 & 12.0 \\ 0.2 & 0.1 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.3 & 0.1 & 0.0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 1,3752$$



$$\begin{bmatrix} 0.1 & 0.0 & 0.0 & 12.0 \\ 0.1 & 0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 1,4679$$

