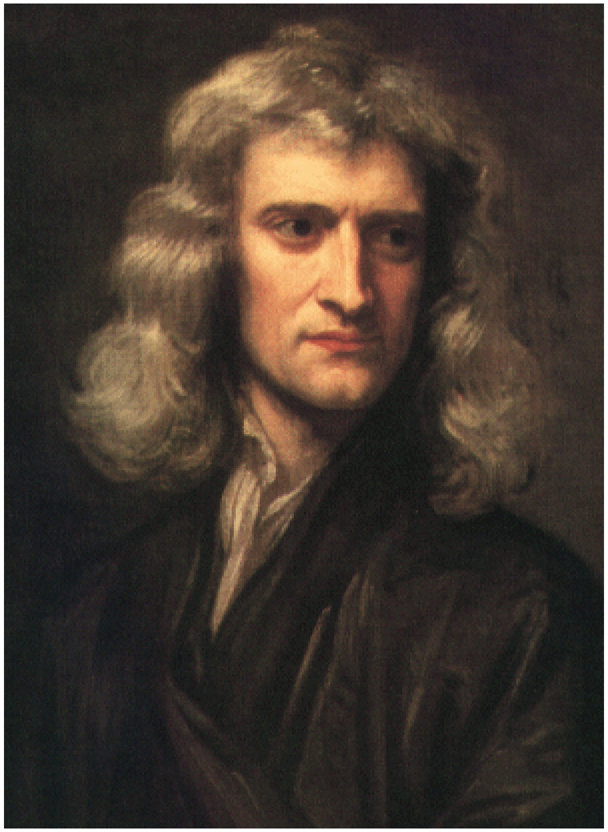
Crescimento populacional independente da densidade

1. Fundamentos

2. Modelo de crescimento populacional discreto

3. Modelo de crescimento populacional contínuo



Isaac Newton

"Men build too many walls and not enough **bridges**"

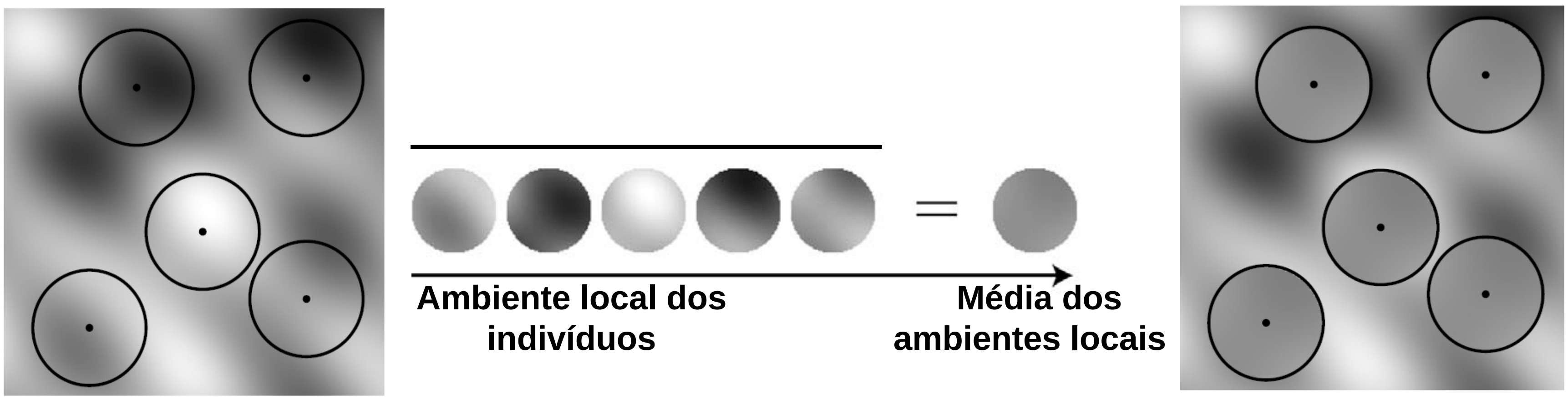
Simon Levin

“These bridges are theory – their structure is **mathematics**”

Vito Volterra

Alfred Lotka

Suposição do campo-médio



- Ambiente físico é homogêneo
- Forças físicas geram mistura dos organismos
- Organismos são altamente móveis
- Organismos interagem entre si sobre longas distâncias

Lei da ação das massas

- Taxa de reação é proporcional ao produto das concentrações das substâncias

$$r = k[A][B]$$

- Modelo matemático que explica e prediz o comportamento de soluções em equilíbrio dinâmico
  - Composição de uma mistura no equilíbrio
  - Taxas do processos químicos (cinética)

Suposição do campo-médio

Lei da ação das massas

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1(t)}{dt} = \left(r_1 - \dfrac{r_1}{K_1} N_1(t) - \dfrac{r_1}{K_1} \alpha_{12} N_2(t) \right) N_1(t) \\ \\ \dfrac{dN_2(t)}{dt} = \left(r_2 - \dfrac{r_2}{K_2} N_2(t) - \dfrac{r_2}{K_2} \alpha_{21} N_1(t) \right) N_2(t) \end{cases}$$

Suposição do campo-médio

Lei da ação das massas

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1(t)}{dt} = \left(r_1 - \dfrac{r_1}{K_1} N_1(t) - \dfrac{r_1}{K_1} \alpha_{12} N_2(t) \right) N_1(t) \\ \\ \dfrac{dN_2(t)}{dt} = \left(r_2 - \dfrac{r_2}{K_2} N_2(t) - \dfrac{r_2}{K_2} \alpha_{21} N_1(t) \right) N_2(t) \end{cases}$$

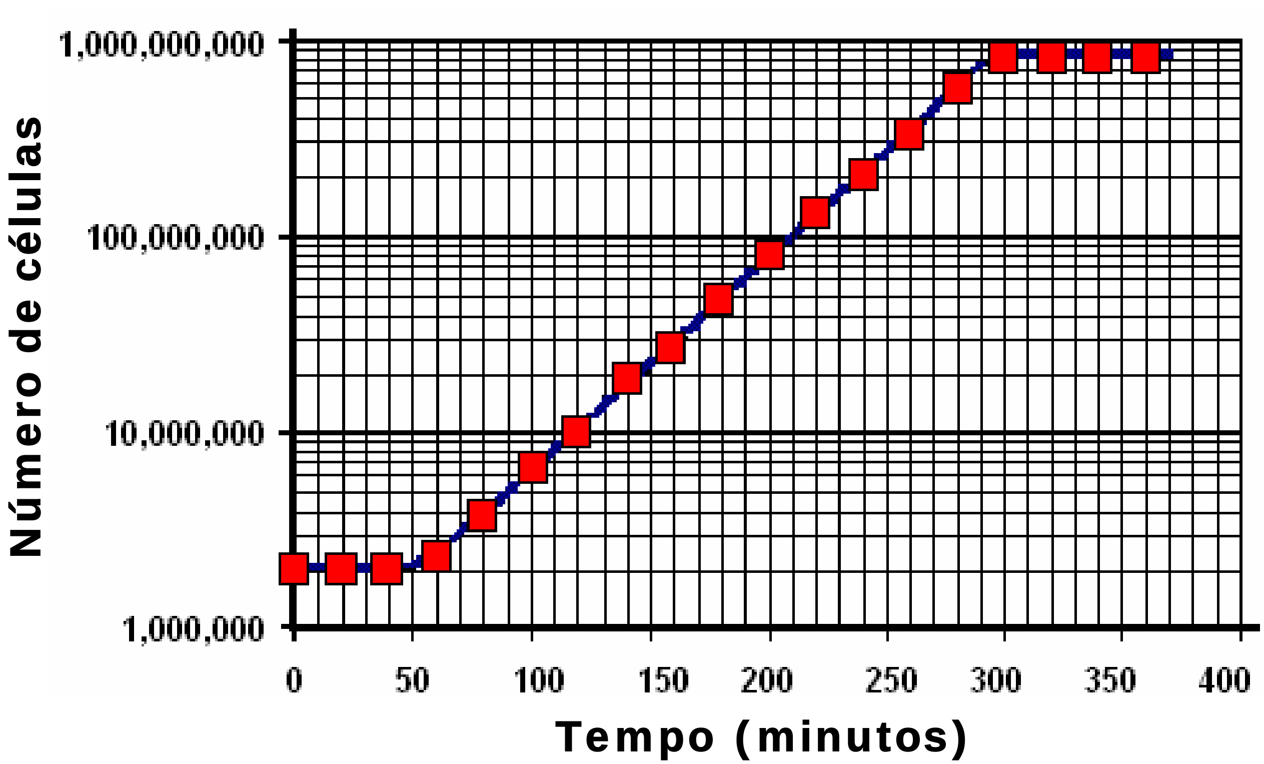
$$r = k[A][B]$$

Princípio fundamental de dinâmica populacional

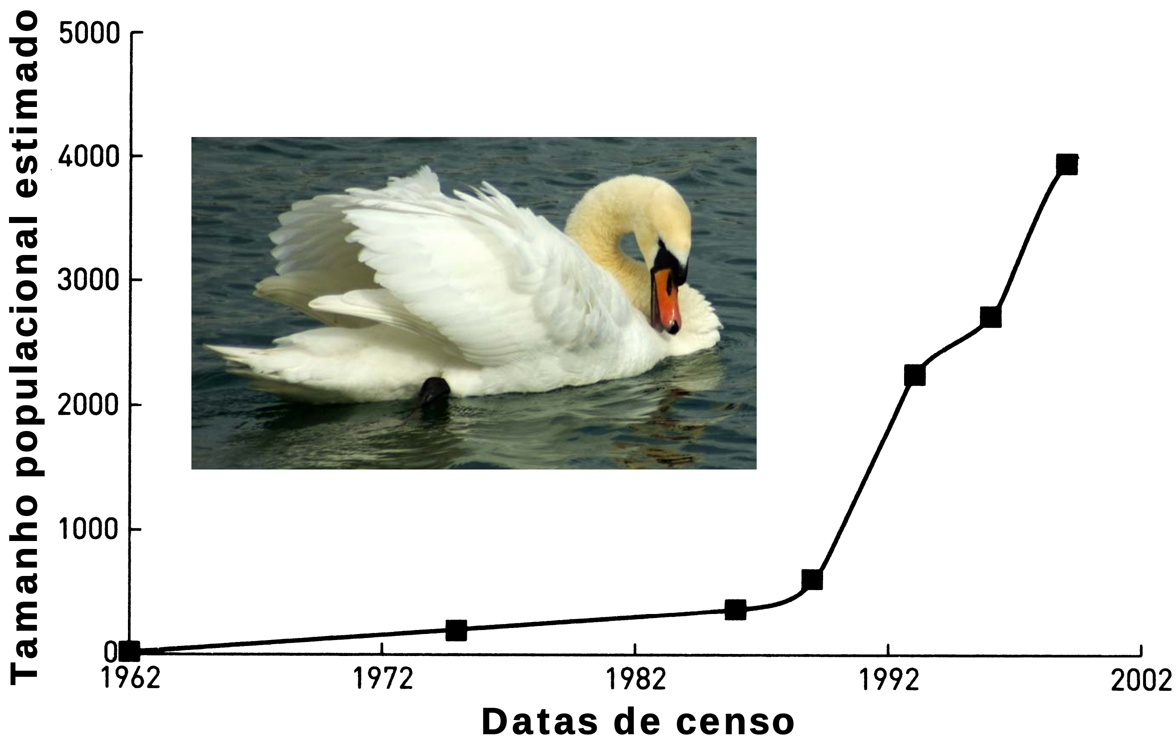
Populações crescerão (ou declinarão) exponencialmente enquanto o ambiente permanecer constante.

P. Turchin. 2003. *Complex Population Dynamics*

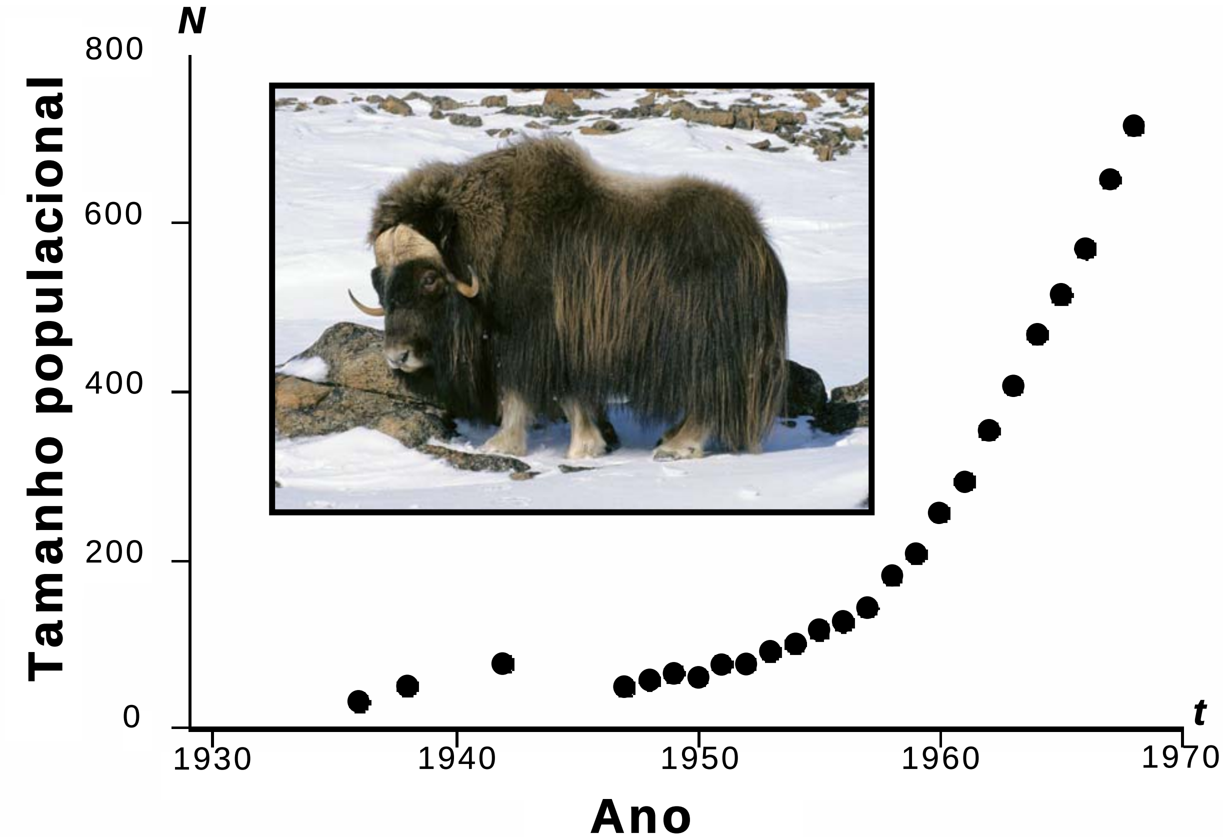
Curva de crescimento bacteriano



Censo populacional de *Cygnus olor*



Censo populacional de *Ovibus moschatus*



Crescimento populacional independente da densidade

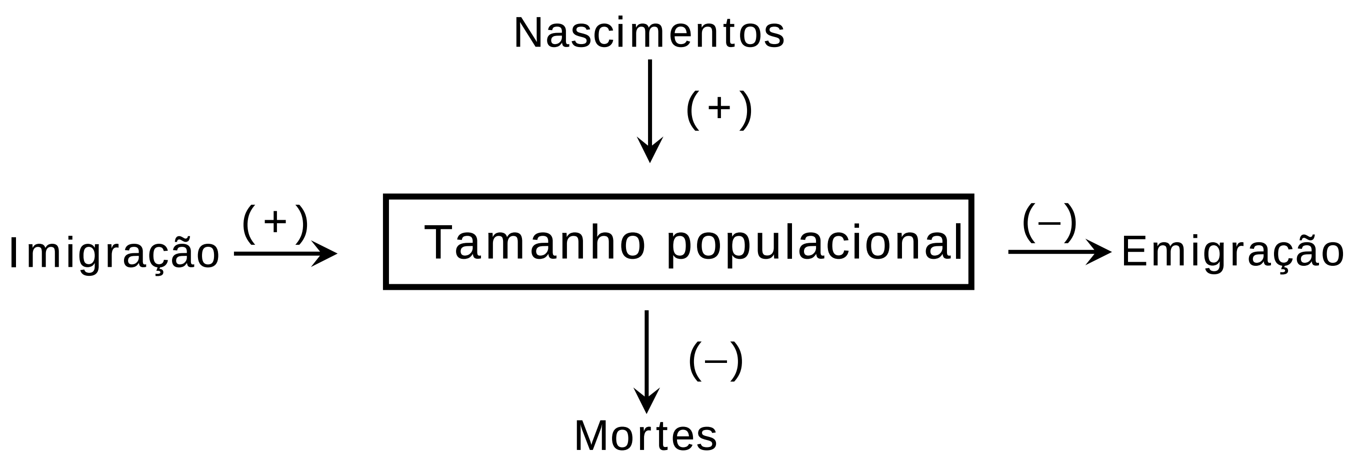
1. Fundamentos ✓
2. Modelo de crescimento populacional discreto
3. Modelo de crescimento populacional contínuo

População — grupo de indivíduos da mesma espécie que ocupam uma mesma área de tamanho suficiente para permitir o comportamento de dispersão e migração e na qual a variação no tamanho populacional é em grande parte determinado por processos de nascimento e morte.

P. Turchin. 2003. *Complex Population Dynamics*.

População — grupo de indivíduos da mesma espécie que ocupam uma mesma área. Embora seja difícil definir os limites físicos de uma população, os indivíduos dentro da população têm potencial para reproduzir entre si durante o decurso de suas vidas.

N. Gotelli. 2001. *A Primer of Ecology*.


Nascimentos
(+)
(+)
Imigração
Tamanho populacional
(–)
Emigração
(–)
Mortes

- Modelo de crescimento populacional discreto
  - Gerações não-sobrepostas
  - Reprodução episódica
  - Tempo é modelado em unidas discretas
  - Equações a diferenças

$$N_{t+1} = N_t + \text{nascimentos - mortes} + \text{imigração - emigração}$$

$$N_{t+1} = N_t + (B - D) + (I - E)$$

- B = número de nascimentos durante o intervalo de tempo entre t e $t + 1$
- D = número de mortes durante o intervalo de tempo entre t e $t + 1$
- I = número de imigrantes durante o intervalo de tempo entre t e $t + 1$
- E = número de emigrantes durante o intervalo de tempo entre t e $t + 1$

$$N_{t+1} = N_t + (B - D)$$

$$N_{t+1} = N_t (b - d)$$

- b = taxa per capita (por indivíduo) de nascimento
- d = taxa per capita (por indivíduo) de mortalidade

$$N_{t+1} = N_t R$$

- R = taxa de crescimento por geração

$$N_{t+1} = N_t R$$

- Solução da equação
  - Expressão para o tamanho da população em qualquer tempo arbitrário no futuro baseado no conhecimento do tamanho inicial da população

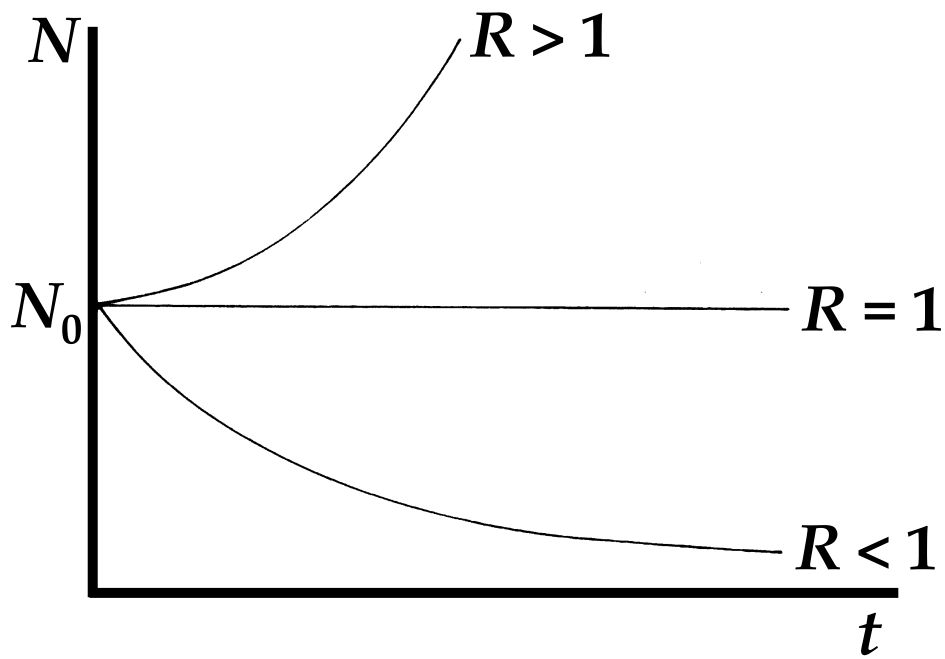
$$N_1 = N_0 R$$

$$N_2 = N_1 R = (N_0 R) R = N_0 R^2$$

$$N_3 = N_2 R = (N_0 R^2) R = N_0 R^3$$

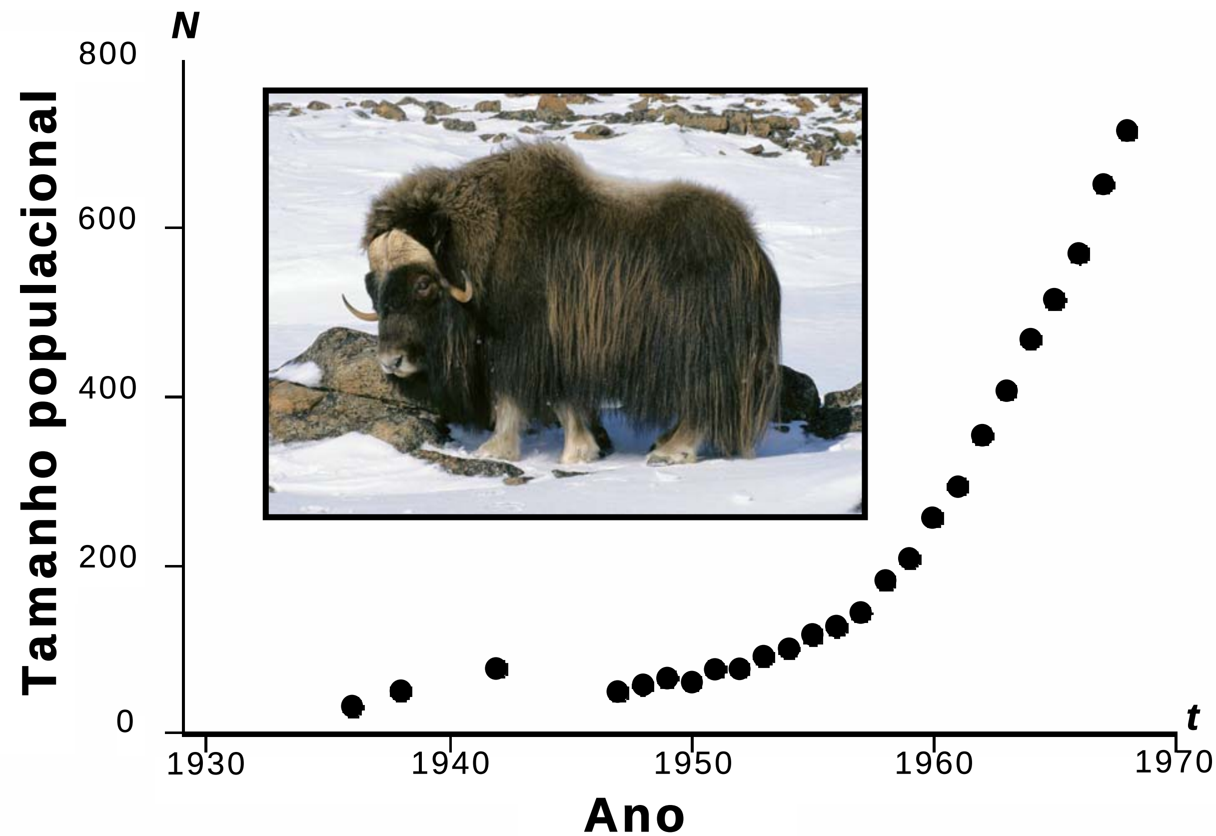
$$\underbrace{N_t = N_0 R^t}_{\text{Solução}}$$

Para a condição inicial de N_0 indivíduos no tempo $t = 0$, a projeção do número de indivíduo em um tempo N_t qualquer é dada pelo produto entre N_0 e R^t.



$$N_t = N_0 R^t$$

Estimativa do parâmetro *R* – taxa de crescimento por geração



$$N_{t+1} = N_t R \Rightarrow \frac{N_{t+1}}{N_t} = R$$

$$\frac{N_{(1948)}}{N_{(1947)}} = \frac{57}{49} = 1{,}163 = R$$

- Estimativa da taxa de crescimento média pela média geométrica das taxas de crescimento observadas entre os anos 1947 e 1964

$$
\begin{aligned}
R^{17} &= (1{,}16\times 1{,}14\times 0{,}94\times 1{,}25\times 1{,}1\times 1{,}17\times 1{,}11\times 1{,}16\times 1{,}09\\
&\quad \times 1{,}14\times 1{,}27\times 1{,}14\times 1{,}24\times 1{,}14\times 1{,}2\times 1{,}15\times 1{,}15)\\
&= 10{,}392\\
R &= \sqrt[17]{10{,}392}\\
&= 1{,}148
\end{aligned}
$$

- O tamanho da população aumentou 14,8% em média entre os anos 1947 e 1964

- **Predição** — Se a população continuar a crescer com a mesma taxa média, qual seria o tamanho populacional em 1968, dado que existem 514 indivíduos em 1965?

$$N_t = N_0 R^t$$

$$N_{(1968)} = N_{(1965)} \times R^3$$

$$= 514 \times (1{,}148)^3$$

$$= 777{,}7$$

Crescimento populacional independente da densidade

1. Fundamentos ✓
2. Modelo de crescimento populacional discreto ✓
3. Modelo de crescimento populacional contínuo

- Modelo de crescimento populacional contínuo
  - Gerações sobrepostas
  - Tempo é modelado continuamente
  - Equações diferenciais

"It is commonly found that these fundamental equations assume the simplest, the most perspicuous form when they are written relative to rates of change of the state of the system, rather than relative to this state itself. That is to say, it is found that the expressions for the rate of increase in mass, the velocity of growth, of the several components, are simpler, more primitive in form, than the expressions giving directly the mass of each component as a function of time. In the language of the calculus, the differential equations display a certain simplicity in form, and are therefore, in the handling of the theory at least, taken as the starting point, from which the equations relating the progressive states themselves, as functions of time, are then derived by integration."

A. J. Lotka. 1925. Elements of Physical Biology.

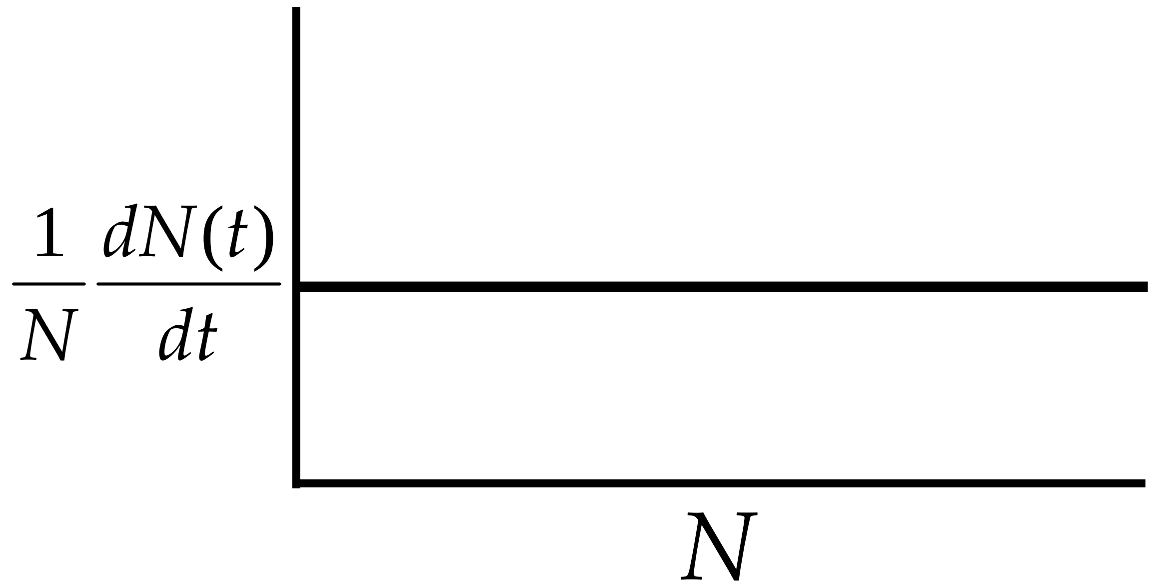
$$\frac{dN(t)}{dt} = \left\{ \begin{matrix} \text{contribuição do indivíduo para} \\ \text{o crescimento populacional} \end{matrix} \right\} \times N(t)$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t} = \frac{dN(t)}{dt}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = \begin{Bmatrix} \text{contribuição do indivíduo para} \\ \text{o crescimento populacional} \end{Bmatrix} \times N(t)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t)$$

$$\frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt} = r$$



$$\frac{1}{N(t)}\frac{dN(t)}{dt} = r$$

Solução da equação diferencial

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t)$$

$$\frac{dN(t)}{dt}dt = rN(t)dt$$

$$dN(t) = rN(t)dt$$

$$\frac{1}{N(t)}dN(t) = rdt$$

$$\int_{t_0}^{t} \frac{1}{N(\tau)}\, dN(\tau) = \int_{t_0}^{t} rd\tau$$

$$\ln N(\tau)\Big|_{t_0}^{t} = r\tau\Big|_{t_0}^{t}$$

$$\ln N(t) - \ln N(t_0) = rt - rt_0$$

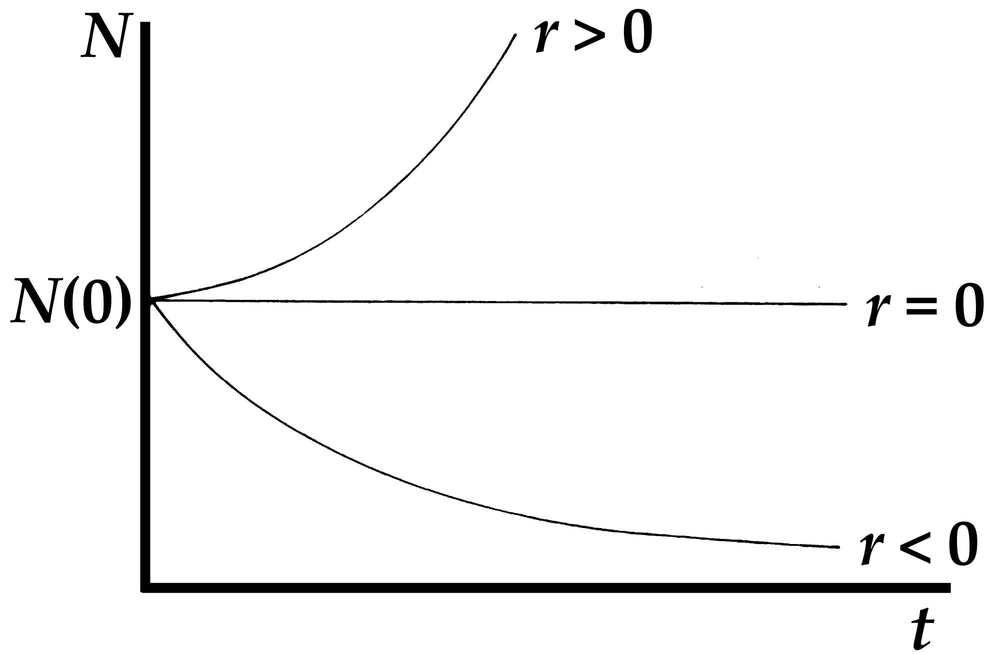
$$\ln \frac{N(t)}{N(t_0)} = r(t - t_0)$$

$$\frac{N(t)}{N(t_0)} = \exp\left[r(t - t_0)\right]$$

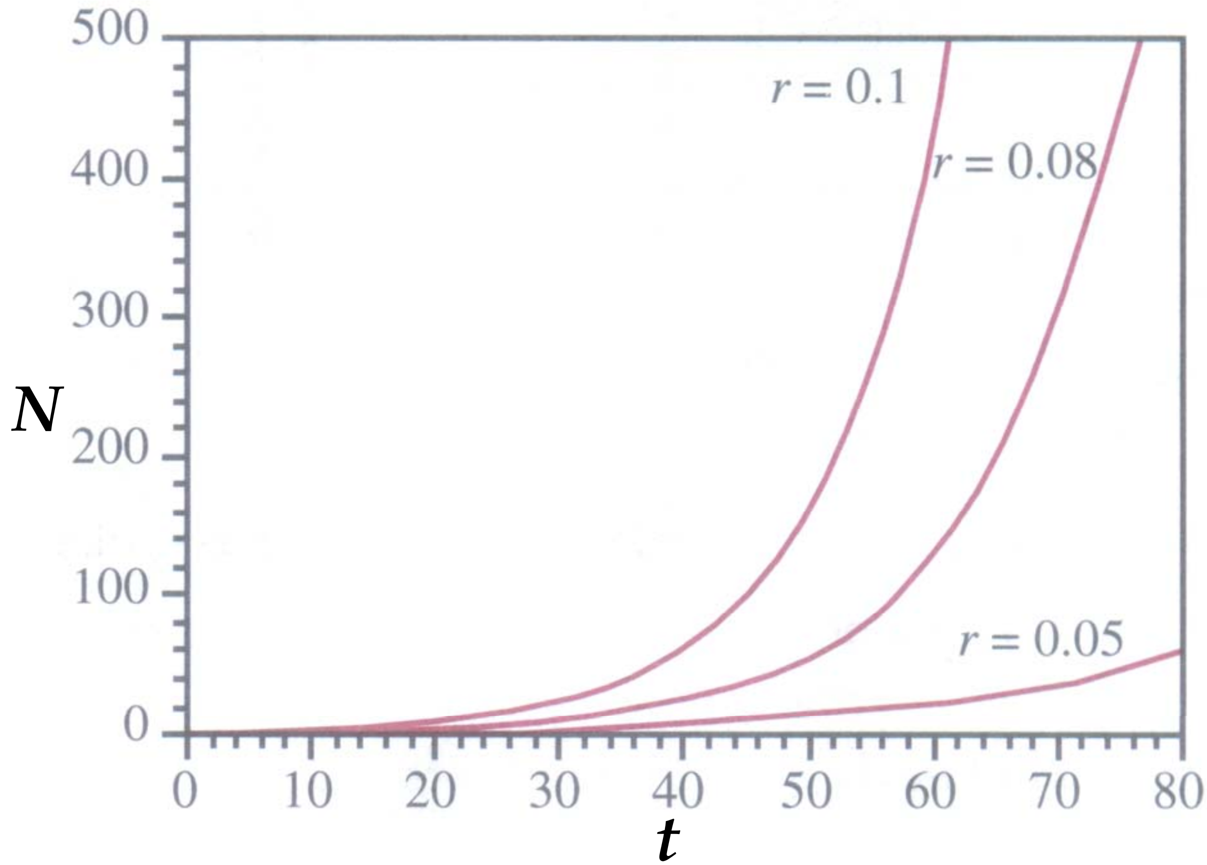
$$N(t) = N(t_0)\exp\left[r(t - t_0)\right]$$

$$N(t) = N(0)\exp(rt)$$

$$\underbrace{N(t) = N(0)e^{rt}}_{\text{Solução}}$$



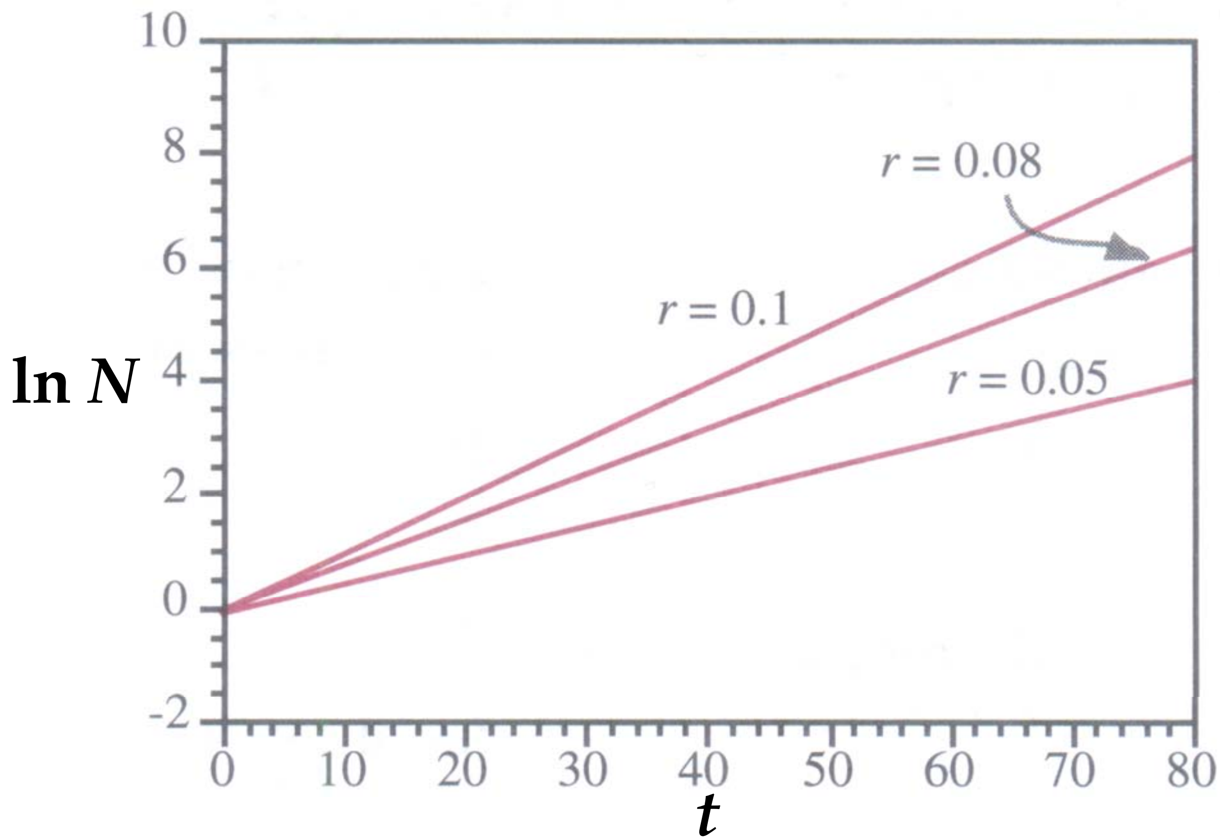
$$N(t) = N(0)\,e^{rt}$$



$$N(t) = N(0)e^{rt}$$

$$N(t) = N(0)e^{rt}$$

$$\ln\left(N(t)\right) = \underbrace{\ln\left(N(0)\right)}_{\text{Intercepto}} + \underbrace{r}_{\substack{\text{Coeficiente}\\ \text{angular}}}\, t$$



$$\ln\big(N(t)\big) = \underbrace{\ln\big(N(0)\big)}_{\text{Intercepto}} + \underbrace{r}_{\substack{\text{Coeficiente}\\ \text{angular}}} t$$

Princípio fundamental de dinâmica populacional

The suggestion that exponential growth (Malthus’s law) in ecology is analogous to Newton´s first law in physics is over 20 years old (Ginzburg, 1986) and has since been adopted by others in ecology (e.g., Turchin, 2001). Taking exponential growth to be a **default state** focuses attention on **departures** from unrestricted exponential growth and on the **rate of change of population growth**, rather than on **rates of population growth**.

Colyvan, M. & L. R. Ginzburg. 2010. Analogical thinking in ecology: Looking beyond disciplinary boundaries.

Journal of Animal Ecology 2005
74, 612–618

Predicting the growth of a small introduced muskox population using population prediction intervals

EINAR J. ASBJØRNSEN*, BERNT-ERIK SÆTHER*, JOHN D. C. LINNELL†, STEINAR ENGEN‡, REIDAR ANDERSEN*† and TORD BRETTEN§

**Department of Biology, Norwegian University of Science and Technology, N-7491 Trondheim, Norway; †Norwegian Institute for Nature Research, Tungasletta 2, N-7485 Trondheim, Norway; ‡Department of Mathematical Sciences, Norwegian University of Science and Technology, N-7491 Trondheim, Norway; and §Oppdal Bygdealmenning, N-7240 Oppdal, Norway*

http://www2.ib.unicamp.br/profs/sfreis/

VOLUME 85, NO. 2 *THE QUARTERLY REVIEW OF BIOLOGY* JUNE 2010

ANALOGICAL THINKING IN ECOLOGY: LOOKING BEYOND DISCIPLINARY BOUNDARIES

MARK COLYVAN

Sydney Centre for the Foundations of Science, University of Sydney, Sydney, New South Wales, 2006, Australia

E-MAIL: MCOLYVAN@USYD.EDU.AU

LEV R. GINZBURG

Department of Ecology and Evolution, Stony Brook University, Stony Brook, NY 11794, USA

E-MAIL: LEV@RAMAS.COM

Crescimento populacional independente da densidade

1. Fundamentos ✓
2. Modelo de crescimento populacional discreto ✓
3. Modelo de crescimento populacional contínuo ✓